

Inhaltsverzeichnis

1 Punkte und Vektoren	6
1.1 Das dreidimensionale Koordinatensystem	6
1.2 Die zweidimensionale Darstellung des Raumes	7
1.3 Vektoren und Vektorpfeile	8
1.4 Ortsvektoren	9
1.5 Der Vektor zwischen zwei Punkten	9
1.6 Der Gegenvektor	10
1.7 Der Betrag eines Vektors	11
1.8 Die skalare Multiplikation	13
1.9 Lineare Unabhängigkeit von zwei Vektoren	14
1.10 Der Einheitsvektor	16
1.11 Die Addition von Vektoren	17
1.12 Die Subtraktion von Vektoren	18
1.13 Die Addition eines Vektors zu einem Punkt	18
1.14 Die Ergänzung eines Dreiecks zum Parallelogramm	19
1.15 Die Bestimmung eines Mittelpunkts	21
1.16 Die Bestimmung eines Schwerpunktes	22
1.17 Lineare Unabhängigkeit von drei Vektoren	23
2 Geraden	27
2.1 Ursprungsgeraden	27
2.2 Beliebige Geraden	28
2.3 Die Gerade durch zwei Punkte	29
2.4 Die Punktprobe	30
2.5 Durchstoßpunkte	31
2.6 Die besonderen Lage einer Gerade	32
2.7 Der Schnitt zweier Geraden	33
2.8 Die Lagebeziehung zweier Geraden	34
2.9 Der Laufpunkt einer Geraden	36
3 Die Vektorprodukte	37
3.1 Die Orthogonalprojektion	37
3.2 Das Skalarprodukt	38
3.3 Orthogonale (senkrechte) Vektoren	39
3.4 Der Winkel zwischen zwei Vektoren	39
3.5 Der Winkel zwischen zwei Geraden	40
3.6 Das Kreuzprodukt	42
3.7 Die Berechnung von Dreiecksflächen	42
3.8 Das Spatprodukt	44
3.9 Die Berechnung von Volumina	45
3.10 Lineare Unabhängigkeit und Vektorprodukte	46

4 Ebenen	48
4.1 Die Koordinatengleichung einer Ebene	48
4.2 Die Punktprobe	49
4.3 Ebene aus Normalenvektor und Stützpunkt	49
4.4 Koordinatengleichung aus drei Punkten	49
4.5 Herleitung der Koordinatenform	50
4.6 Zeichnen einer Ebene	52
4.7 Die Achsenabschnittsform	53
4.8 Zeichnen von Spezialfällen	53
4.9 Der Schnitt von Gerade und Ebene	54
4.10 Konstruktion des Schnittpunktes	56
4.11 Der Schnitt zweier Ebenen	57
4.12 Der Winkel zwischen zwei Ebenen	58
4.13 Der Winkel zwischen Gerade und Ebene	59
4.14 Zusammenfassung zur Winkelberechnung	60
4.15 Die Normalengleichung einer Ebene	61
4.16 Die Parameterform einer Ursprungsebene	63
4.17 Die Parametergleichung beliebiger Ebenen	64
4.18 Parametergleichung durch drei Punkte	65
4.19 Das Umwandeln der Ebenenformen	66
4.19.1 Normalenform und Koordinatenform	66
4.19.2 Koordinatenform aus Parameterform	67
4.19.3 Parameterform aus Koordinatenform	67
5 Abstände	69
5.1 Der Abstand zwischen zwei Punkten	69
5.2 Der Abstand zwischen Punkt und Ebene	69
5.2.1 Die HESSESCHE Normalenform	69
5.2.2 Mit Hilfe der Lotgerade	71
5.3 Der Abstand zwischen Ebene und paralleler Gerade	72
5.4 Der Abstand zwischen zwei parallelen Ebenen	72
5.5 Der Abstand zwischen Punkt und Gerade	73
5.5.1 Das GROSSMANN-ZWICKEL-Verfahren	73
5.5.2 Mit Hilfe einer orthogonalen Ebene	74
5.5.3 Mit Hilfe eines Gleichungssystems	76
5.5.4 Die Formel von ULMER	77
5.5.5 Mit Hilfe des Kreuzproduktes	79
5.6 Der Abstand zwischen zwei parallelen Geraden	81
5.7 Der Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden	81
5.7.1 Mit Hilfe einer parallelen Ebene	81
5.7.2 Mit dem Spatprodukt	82
5.7.3 Mit Hilfe eines Gleichungssystems	84

6 Spiegelungen	88
6.1 Die Spiegelung eines Punktes an einer Geraden	88
6.2 Die Spiegelung eines Punktes an einer Ebene	90
6.3 Die Spiegelung eines Punktes an einem Punkt	91
6.4 Weitere Spiegelungen	91
7 Parameteraufgaben	93
7.1 Der Schnitt einer Geraden mit einer Kugel	93
7.2 Die allgemeine Kugelgleichung	95
7.3 Abstandsaufgaben mit Betragsgleichungen	95
7.4 Geradenscharen	96
7.5 Ebenenscharen	101
8 Anwendungsaufgaben	103
8.1 Modellieren von Bewegungen durch Geraden	103
8.1.1 Modellieren einer Geradengleichung	103
8.1.2 Berechnen der Geschwindigkeit	104
8.1.3 Berechnen von Abständen	104
8.2 Das Modellieren von Schattenwürfen durch Geraden	107
9 Lineare Gleichungssysteme	110
9.1 Das Einsetzungsverfahren	110
9.2 Das Gauß-Verfahren	111
10 Die Lagebeziehung von Ebenen	113
10.1 Die Lagebeziehung zweier Ebenen	114
10.2 Einfach erkennbare Lagebeziehungen dreier Ebenen	115
10.2.1 Alle drei Ebenen echt parallel	115
10.2.2 Zwei identisch, die dritte echt parallel	116
10.2.3 Drei identisch	116
10.2.4 Zwei echt parallel, die dritte geneigt	117
10.2.5 Zwei identisch, die dritte geneigt	117
10.3 Schwer erkennbare Lagebeziehungen dreier Ebenen	117
10.3.1 Fall 6: Schnittpunkt	118
10.3.2 Fall 7: Sechsstern	118
10.3.3 Fall 8: Dreieck	118
11 Vermischte Übungen	120
12 Lösungen	123
Stichwortverzeichnis	133