

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Analytische Geometrie: Geraden</b>	<b>8</b>
1.1	Lineare Gleichungen . . . . .	8
1.2	Die Hauptform einer linearen Gleichung . . . . .	8
1.3	Wertetabellen . . . . .	9
1.4	Schaubilder, Koordinatensysteme und Graphen . . . . .	9
1.5	Lineare Gleichungen als Tarifgleichungen . . . . .	11
1.6	Die Bedeutung der Zahlen einer linearen Gleichung . . . . .	13
1.7	Der Schnitt zweier Geraden . . . . .	15
1.8	Der Steigungswinkel einer Geraden . . . . .	16
1.9	Der Winkel zwischen zwei Geraden . . . . .	17
1.10	Die Gleichung einer Parallelen . . . . .	18
1.11	Aufstellen einer Geraden durch zwei Punkte . . . . .	19
1.12	Orthogonale Geraden . . . . .	20
1.13	Der Abstand zweier Punkte . . . . .	21
1.14	Der Abstand zwischen Punkt und Gerade . . . . .	22
1.15	Der Abstand zweier paralleler Geraden . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Analytische Geometrie: Parabeln</b>	<b>24</b>
2.1	Quadratische Gleichungen . . . . .	24
2.2	Normalparabeln . . . . .	25
2.3	Verschiebung parallel zur y-Achse . . . . .	27
2.4	Gestauchte und gestreckte Parabeln . . . . .	28
2.5	Nullstellen von Parabeln . . . . .	29
2.6	Funktionen . . . . .	30
2.7	Verschiebung der Normalparabel parallel zur x-Achse . . . . .	33
2.8	Der Schnittpunkt zweier Funktionen . . . . .	35
2.8.1	Mit Hilfe der Differenzfunktion . . . . .	35
2.8.2	Durch Gleichsetzen . . . . .	37
2.9	Die quadratische Ergänzung bei Normalparabeln . . . . .	38
2.10	Die allgemeine quadratische Ergänzung . . . . .	39
2.11	Die Scheitelformel $\square$ . . . . .	40
2.12	Steckbriefaufgaben . . . . .	41
2.13	Das Baumverfahren . . . . .	42
2.14	Die Gleichung einer Geraden durch zwei Punkte . . . . .	44
2.15	Tunnelparabeln $\square$ . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Folgen</b>	<b>47</b>
3.1	Achilles und die Schildkröte . . . . .	47
3.2	Grundbegriffe . . . . .	48
3.3	Fraktale $\boxplus$ . . . . .	49

<b>4</b>	<b>Einführung in die Differentialrechnung</b>	<b>52</b>
4.1	Grundbegriffe und Theorie . . . . .	52
4.2	Ableitungsregeln für Potenzfunktionen . . . . .	53
4.3	Der Differentialoperator $\boxplus$ . . . . .	54
4.4	Rechnerische Herleitung der Ableitungsregel $x^2 \xrightarrow{\prime} 2x$ . . . . .	55
4.5	Herleitung der Ableitungsregel $x^n \xrightarrow{\prime} nx^{n-1}$ . . . . .	57
4.6	Monotonie . . . . .	57
4.7	Hoch-, Tief- und Sattelpunkte . . . . .	58
4.8	Globale und lokale Extrema . . . . .	59
4.9	Berechnen von Extrempunkten . . . . .	60
4.10	Berechnen von Scheitelpunkten mit $f'$ $\boxminus$ . . . . .	61
4.11	Tangenten . . . . .	62
4.12	Normalen . . . . .	62
4.13	Die allgemeine Tangentenformel $\boxtimes$ . . . . .	63
4.14	Umkehraufgaben mit Tangenten $\boxtimes$ . . . . .	64
4.15	Berührebeweise . . . . .	65
4.16	Kurvenkrümmung . . . . .	66
4.17	Wendestellen . . . . .	67
4.18	Punkte mit waagerechter Tangente . . . . .	68
4.19	Zusammenhang zwischen $f$ und $f'$ . . . . .	70
4.20	Erweiterte Steckbriefaufgaben . . . . .	73
4.21	Knickfreie Verbindungen $\boxtimes$ . . . . .	75
4.22	Optimierungsaufgaben . . . . .	78
4.22.1	Minimaler Abstand zweier Graphen . . . . .	78
4.22.2	Optimieren von Figuren unter Graphen . . . . .	79
4.22.3	Extremwertaufgabe unter Nebenbedingungen . . . . .	81
4.22.4	Aufgaben mit der Abstandsfunktion $\boxtimes$ . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Die trigonometrischen Funktionen</b>	<b>85</b>
5.1	Sinus, Kosinus und Tangens $\boxminus$ . . . . .	85
5.2	Bogenmaß . . . . .	87
5.3	Sinus und Kosinus am Einheitskreis . . . . .	88
5.4	Die Sinus- und Kosinusfunktionen . . . . .	88
5.5	Verschiebung der Grundfunktionen . . . . .	89
5.6	Streckung in y-Richtung und Amplitude . . . . .	90
5.7	Streckung in x-Richtung und Periode . . . . .	91
5.8	Die Periodenformel $\boxtimes$ . . . . .	92
5.9	Die allgemeine trigonometrische Funktion $\boxtimes$ . . . . .	92
5.10	Modellierung mit trigonometrischen Funktionen $\boxtimes$ . . . . .	93
5.11	Ableiten von trigonometrischen Funktionen . . . . .	95

<b>6</b>	<b>Die e-Funktionen</b>	<b>98</b>
6.1	Potenzen . . . . .	98
6.2	Elementare Exponential- und Potenzgleichungen . . . . .	98
6.3	Die Potenzgesetze . . . . .	100
6.4	Die wissenschaftliche Schreibweise . . . . .	100
6.5	Exponentialfunktionen . . . . .	102
6.6	Zinsrechnen mit dem Wachstumsfaktor $\square$ . . . . .	102
6.7	Der Josephspfennig $\boxplus$ . . . . .	106
6.8	Charakterisierung von exponentiellem Wachstum $\boxtimes$ . . . . .	107
6.9	Die e-Funktion und ihre Ableitung . . . . .	107
6.10	Die vier Grundfunktionen der e-Funktion und ihre Verschiebung	108
6.11	Funktionsbestimmungen mit e-Funktionen . . . . .	110
6.12	Differentialrechnung mit e-Funktionen . . . . .	112
6.13	Differentialgleichungen $\boxtimes$ . . . . .	113
6.14	Die DGL des exponentiellen Wachstums $\boxtimes$ . . . . .	114
6.15	Anfangswertprobleme $\boxtimes$ . . . . .	115
6.16	Exponentieller Zerfall . . . . .	116
6.17	Beschränktes Wachstum $\boxtimes$ . . . . .	118
6.18	Die erste DGL des beschränkten Wachstums $\boxtimes$ . . . . .	122
6.19	Die zweite DGL des beschränkten Wachstums $\boxtimes$ . . . . .	122
<b>7</b>	<b>Ganzrationale Funktionen</b>	<b>126</b>
7.1	Potenzfunktionen . . . . .	126
7.2	Ganzrationale Funktionen . . . . .	126
7.3	Der Grad einer ganzrationalen Funktion . . . . .	127
7.4	Skizzieren einer ganzrationalen Funktion . . . . .	129
7.5	Symmetrie $\boxtimes$ . . . . .	133
7.6	Symmetrie bei ganzrationalen Funktionen . . . . .	134
7.7	Allgemeine Symmetrie $\boxplus$ . . . . .	134
<b>8</b>	<b>Gebrochenrationale Funktionen</b>	<b>136</b>
8.1	Die Hyperbelfunktionen . . . . .	136
8.2	Definitionslücken und Polstellen . . . . .	136
8.3	Waagerechte Asymptoten . . . . .	137
8.4	Asymptotische Näherungskurven $\boxplus$ . . . . .	139
8.5	Ableiten von gebrochenrationalen Funktionen . . . . .	141
<b>9</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>145</b>
9.1	Stammfunktionen . . . . .	145
9.2	Das Aufleiten . . . . .	145
9.3	Aufleitungsregeln . . . . .	145
9.4	Bestimmte Stammfunktionen . . . . .	148
9.5	Das Integral . . . . .	149
9.6	Rekonstruierte Bestände . . . . .	150

9.7	Der Hauptsatz der Analysis . . . . .	153
9.8	Berechnung eines Integrals . . . . .	153
9.9	Integralfunktionen [*] . . . . .	154
9.10	Bestimmen der Fläche zwischen Graph und $x$ -Achse . . . . .	157
9.11	Bestimmen der Fläche zwischen zwei Graphen . . . . .	158
9.12	Unbeschränkte Flächen . . . . .	159
9.13	Nach oben unbeschränkte Flächen . . . . .	161
9.14	Mittelwerte [*] . . . . .	162
9.15	Rotationsvolumina [*] . . . . .	164
9.16	Beweis der Formel für das Kegelvolumen $\boxplus$ . . . . .	165
9.17	Hohlkörper [*] . . . . .	166
<b>10</b>	<b>Erweiterung des Funktionsbegriffes [*]</b>	<b>169</b>
10.1	Hintereinanderausführung von Funktionen [*] . . . . .	169
10.2	Ableitungsregeln [*] . . . . .	171
10.2.1	Ableitung der Grundfunktionen . . . . .	171
10.2.2	Vorfaktorregel . . . . .	172
10.2.3	Summenregel . . . . .	172
10.2.4	Kettenregel . . . . .	172
10.2.5	Produktregel . . . . .	173
10.2.6	Quotientenregel $\boxplus$ . . . . .	173
10.3	Geometrische Veränderung von Graphen [*] . . . . .	174
10.4	Umkehrfunktionen [*] . . . . .	176
10.5	Senkrechte Asymptoten bei Bruchfunktionen [*] . . . . .	178
10.6	Waagerechte Asymptoten bei Bruchfunktionen . . . . .	179
10.7	Funktionsscharen [*] . . . . .	180
10.7.1	Grundlagen . . . . .	180
10.7.2	Ortskurven . . . . .	182
10.7.3	Gemeinsame Punkte einer Schar . . . . .	183
<b>11</b>	<b>Gleichungslehre</b>	<b>185</b>
11.1	Satz vom Nullprodukt und Ausklammern . . . . .	185
11.2	Spezielle quadratische Gleichungen . . . . .	186
11.3	Der Satz von VIÉTA . . . . .	187
11.4	Exponentialgleichungen . . . . .	188
11.5	Bruchgleichungen . . . . .	189
11.6	Biquadratische Gleichungen . . . . .	190
11.7	Elementare trigonometrische Gleichungen . . . . .	191
11.8	Substitution bei trigonometrischen Gleichungen . . . . .	192
11.9	Substitution bei quasiquadratischen Gleichungen . . . . .	193
11.10	Das NEWTON-Verfahren $\boxplus$ . . . . .	194
11.11	Polynomdivision $\boxplus$ . . . . .	196

<b>12 Zahlentheorie</b>	<b>199</b>
12.1 Mengen und Intervalle . . . . .	199
12.2 Die Zahlbereiche . . . . .	200
12.3 Abzählbare und überabzählbare Unendlichkeit $\boxplus$ . . . . .	201
<b>13 Lösungen</b>	<b>204</b>
<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>224</b>